



HAL
open science

SpikeAnts: un réseau de neurones impulsionnels pour modéliser l'organisation émergente dans un système complexe

Sylvain Chevallier, Helene Paugam-Moisy, Michèle Sebag

► **To cite this version:**

Sylvain Chevallier, Helene Paugam-Moisy, Michèle Sebag. SpikeAnts: un réseau de neurones impulsionnels pour modéliser l'organisation émergente dans un système complexe. NeuroComp 3e conférence française de Neurosciences Computationnelles, Apr 2010, Lyon, France. hal-02541733

HAL Id: hal-02541733

<https://hal.uvsq.fr/hal-02541733>

Submitted on 14 Apr 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SPIKEANTS : UN RÉSEAU DE NEURONES IMPULSIONNELS POUR MODÉLISER L'ORGANISATION EMERGENTE DANS UN SYSTÈME COMPLEXE

Sylvain Chevallier
TAO, INRIA-Saclay
Parc Orsay Université
F-91893 Orsay, France
sylvchev@ensea.fr

Hélène Paugam-Moisy
LIRIS, CNRS
Université Lyon 2
F-69676 Bron, France
hpaugam@lri.fr

Michèle Sebag
LRI, CNRS
Université Paris-Sud
F-91405 Orsay, France
sebag@lri.fr

RÉSUMÉ

La notion d'organisation émergente est au cœur d'un grand nombre de systèmes complexes, des assemblées neuronales aux colonies d'insectes. Les Réseaux de Neurones Impulsionnels (RNI) constituent d'excellents candidats pour modéliser l'émergence de dynamiques collectives dans les systèmes complexes, car les interactions temporelles sont placées au centre du processus de traitement de l'information mis en œuvre dans ces réseaux. Un modèle spatio-temporel, baptisé SpikeAnts, est proposé pour reproduire la synchronisation d'activités émergentes dans une colonie d'insectes sociaux. Dans ce modèle parcimonieux, chaque fourmi-agent est modélisée par seulement deux neurones impulsionnels et la colonie constitue un réseau à connectivité éparse. Les décisions individuelles résultent de la compétition entre les deux neurones d'un agent qui reçoivent des informations locales émanant des agents voisins. À l'échelle de la population, le couplage spatio-temporel donne lieu à trois types de comportements – asynchrone, synchrone apériodique et synchrone périodique – proches des comportements observés dans les colonies de fourmis. Un diagramme de phase présente l'émergence de ces comportements en fonction de deux paramètres de contrôle, modélisant respectivement la sociabilité et la réceptivité d'une fourmi.

1 Introduction

La notion d'organisation émergente est au cœur d'un grand nombre de systèmes complexes, des assemblées neuronales aux colonies d'insectes. L'émergence d'activités synchrones et rythmiques a, par exemple, été observée chez beaucoup d'insectes sociaux [1, 2], chez qui elle permet d'améliorer l'efficacité collective. Dans le cas des colonies de fourmis, on peut s'interroger sur la façon dont émerge cette synchronisation temporelle de l'activité. Quand Gordon [3] a proposé une modélisation du comportement des colonies de fourmis avec un réseau de Hopfield, elle a indiqué que "la dynamique doit résulter des interactions entre les individus"¹. Ces interactions temporelles constituent la base des traitements réalisés par les RNI : ce sont donc de bons candidats pour modéliser l'émergence de phénomènes collectifs et, en particulier, l'émergence d'activités synchrones.

1.1 État de l'art

En neurosciences computationnelles, les RNI sont largement connus pour être capables de générer des formes d'activité diversifiées, comme diverses formes de synchronie [4], voire de polychronie [5]. Par exemple, un modèle mésoscopique [6] explique que l'émergence d'une oscillation rythmique au niveau du réseau dépend de l'équilibre des connexions excitatrices et inhibitrices entre les neurones. Quoiqu'inspiré par ces résultats, le modèle SpikeAnts est atypique puisque le RNI ne reçoit pas d'influence extérieure et n'est soumis à aucune plasticité synaptique. Une autre caractéristique originale de SpikeAnts est de modéliser une propriété émergente dans un système complexe, alors que les modèles utilisés classiquement pour cela sont inspirés de la physique statistique [7] ou d'autres approches comme les champs moyens, les champs de Markov aléatoires, les automates cellulaires ou les systèmes multi-agents.

1.2 Fonctionnement de SpikeAnts

Le modèle SpikeAnts s'appuie sur des interactions spatio-temporelles entre neurones impulsionnels pour réaliser un processus de décision collectif et distribué dans une population d'agents. Le système complexe considéré est une colonie de fourmis et le phénomène analysé est la répartition du travail. On considère un modèle simplifié (et inspiré de [2, 8]) où les états possibles pour chaque agent sont au nombre de quatre : observation (\mathcal{O}), travail² (\mathcal{F}), sommeil (\mathcal{S}) ou toilette (\mathcal{G}), comme illustré sur la figure 1. Les interactions prennent place pendant la phase d'observation : chaque agent-fourmi peut recevoir des signaux de

¹ dynamics must be the outcome of interactions among individuals.

² ou foraging en anglais.

son environnement et, si trop peu d'agents en train de travailler sont perçus, l'agent-fourmi part travailler pendant un certain temps pendant lequel il envoie des signaux (spikes) ; il rentre ensuite dans une période de sommeil. Sinon, si suffisamment d'autres agents travaillent dans le voisinage, l'agent-fourmi retourne dans la fourmilière pour des tâches moins vitales (qu'on appellera état de toilette) avant de revenir en observation après un temps déterminé. Chaque état est associé à une durée fixe (respectivement t_O , t_F , t_S et t_G), à l'exception de l'état d'observation. En effet, la phase d'observation peut s'achever avant d'atteindre t_O : l'agent-fourmi peut écourter son observation s'il perçoit un important flux d'agents qui travaillent.

Les décisions individuelles des agents et les informations échangées dépendent uniquement des spikes envoyés et reçus dans la population d'agents. Les RNI offrent ainsi un modèle intéressant pour l'intelligence collective qui ne suppose pas que les agents sachent "compter" mais qui est néanmoins déterministe (à la différence, par exemple, des modèles utilisés dans [1, 2, 9]).

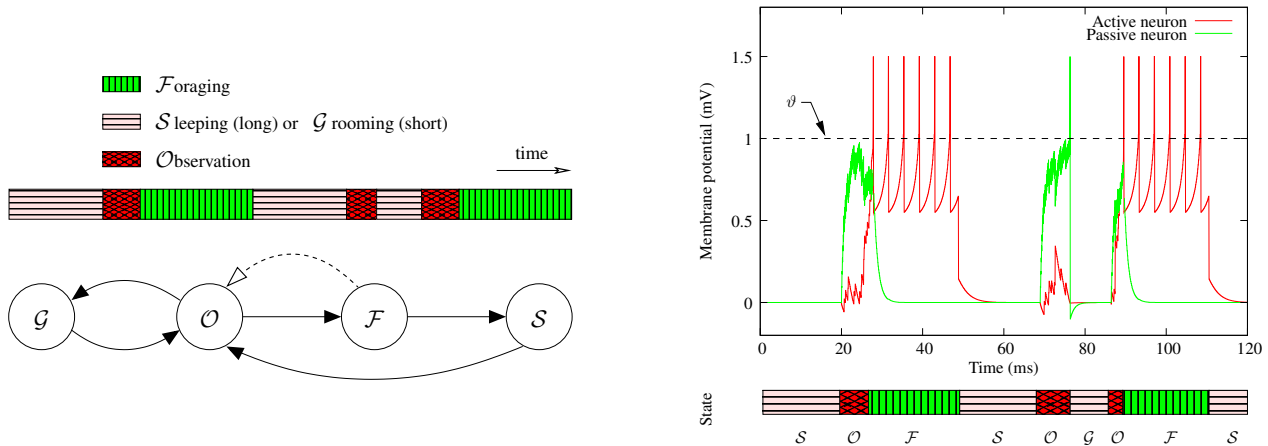


Figure 1. En haut à gauche : un scénario possible de successions d'états pour un agent. En bas à gauche : transitions entre les quatre états possibles d'un agent: \mathcal{G} (toilette), \mathcal{O} (observation), \mathcal{F} (travail) et \mathcal{S} (sommeil). Les flèches noires indiquent des transitions et la flèche pointillée des messages. À droite : exemple d'évolution du potentiel membranaire des neurones \mathbf{A} (en rouge/gris) et \mathbf{P} (en vert/gris clair) ainsi que des états successifs de l'agent (en bas).

2 Le modèle SpikeAnts

Le comportement de chaque agent est dirigé par un couple de neurones impulsionnels contrôlé par une unité interne jouant un rôle d'horloge. La colonie est un réseau de M agents. Le RNI résultant possède une connectivité éparse, de densité ρ : la connexion entre les agents i et j existe avec une probabilité ρ .

Modèles de neurones Les deux neurones de chaque agent sont modélisés respectivement par un intégrateur à fuite (ou LIF) et un intégrateur quadratique (ou QIF, [10]). Le neurone LIF émet un spike si son potentiel V_p dépasse un seuil ϑ . Une fois le spike émis, V_p est réinitialisé à V_{reset} . On a ainsi formellement :

$$\begin{cases} \frac{dV_p}{dt} = -\lambda(V_p(t) - V_{\text{rest}}) + I_{\text{exc}}(t), & \text{si } V_p < \vartheta \\ \text{sinon un spike est émis et } V_p \text{ prend la valeur } V_{\text{reset}}^p \end{cases}, \quad (1)$$

où λ est une constante de relaxation. $I_{\text{exc}}(t)$ modélise des interactions synaptiques instantanées,

$$I_{\text{exc}}(t) = w \sum_{i \in \text{Pre}} \sum_{j \in \text{Train}_i} \delta(t - t_j^i), \quad (2)$$

c'est-à-dire la somme des contributions des trains de spikes Train_i de l'ensemble Pre des neurones présynaptiques N_i . w représente un poids synaptique, $\delta(\cdot)$ est la distribution de Dirac et t_j^i le temps d'émission du j^{e} spike du neurone présynaptique N_i . Le poids synaptique est choisi identique pour tous les neurones, c'est un paramètre du modèle.

Le modèle QIF décrit l'évolution d'un potentiel V_a par rapport au potentiel de repos V_{rest} et à un seuil interne V_{thres} . De plus, ce neurone reçoit un signal interne I_{clock} qui modélise une connexion de type *gap junction*.

$$\begin{cases} \frac{dV_a}{dt} = \lambda(V_a(t) - V_{\text{rest}})(V_a(t) - V_{\text{thres}}) + I_{\text{inh}}(t) + I_{\text{clock}}(t), & \text{si } V_a < \vartheta \\ \text{sinon un spike est émis et } V_a \text{ prend la valeur } V_{\text{reset}}^a \end{cases}. \quad (3)$$

Si le potentiel de retour est plus élevé que le seuil interne ($V_{\text{reset}}^a \geq V_{\text{thres}}$), le neurone QIF est bistable. Si $V_{\text{reset}}^a < V_{\text{thres}}$, le potentiel de membrane V_a se stabilise sur V_{rest} quand il n'y a pas de perturbations. Le neurone se comporte comme un intégrateur. Quand $V_{\text{reset}}^a \geq V_{\text{thres}}$, le neurone émet des spikes régulièrement (comportement de type "burst").

Modélisation d'un agent Un agent utilise deux neurones couplés, un neurone actif **A** (QIF, eq. 3) et un neurone passif **P** (LIF, eq. 1), plus une unité interne, générant le signal I_{clock} .

Pendant la phase d'observation, la décision de l'agent repose sur une compétition entre les neurones **A** et **P** (figure 1, à droite). Le premier neurone qui décharge gagne la compétition. Le neurone **P** reçoit des signaux excitateurs $I_{\text{exc}}(t)$ de ses voisins qui travaillent. Le neurone **A** reçoit les mêmes signaux mais avec une influence inhibitrice $I_{\text{inh}}(t) = -I_{\text{exc}}(t)$ et un signal excitateur $I_{\text{clock}}(t)$ de l'unité interne. Si un agent ne perçoit pas suffisamment d'agents voisins en train de travailler, le courant excitateur $I_{\text{clock}}(t)$ pousse le neurone **A** à décharger en premier.

Quand un agent travaille, son neurone **A** entre dans un état de burst et émet périodiquement des spikes vers ses voisins. Ces voisins perçoivent ces spikes uniquement s'ils sont en phase d'observation. Après avoir travaillé pendant un temps $t_{\mathcal{F}}$, l'agent entre dans un état de sommeil pour un temps $t_{\mathcal{S}}$. Cette transition est induite par une connexion avec un long délai entre l'unité interne et le neurone **A**.

Si l'agent perçoit suffisamment d'autres agents au travail (intégration) ou de nombreux agents simultanément (détection de coïncidence), le neurone **P** intègre assez de spikes excitateurs pour décharger en premier. L'agent entre alors dans l'état \mathcal{G} pour un temps $t_{\mathcal{G}}$. Il est à noter que la prise de décision repose sur une compétition dynamique et que le nombre d'agents observés pour conduire à l'état de toilettage peut varier d'une observation à une autre. Si aucun des neurones **A** ou **P** n'a déchargé avant la fin de la période d'observation $t_{\mathcal{O}}$, l'agent entre en état \mathcal{G} . Après un état de repos (sommeil ou toilettage, avec $t_{\mathcal{S}} > t_{\mathcal{G}}$), l'agent entre dans une nouvelle phase d'observation.

La phase d'observation est le seul état durant lequel les neurones actif et passif sont influencés par les spikes présynaptiques. Pendant les états de travail et de repos, les spikes entrant n'ont pas d'influence: un mécanisme de plasticité intrinsèque [11] contrôlé par l'unité interne peut induire cet effet. Cette unité interne peut être vue comme une sorte d'horloge biologique de la fourmi et, dans un modèle plus sophistiqué, elle pourrait être remplacée par un groupe de neurones interagissant avec les neurones **A** et **P** par plasticité intrinsèque. Cette plasticité pourrait être implémentée par une augmentation transitoire de λ pour les neurones LIF et QIF, décrits par les équations (1) et (3).

3 Expériences

Paramètres du modèle Le modèle SpikeAnts est contrôlé par trois types de paramètres qui ont trait soit aux modèles de neurones impulsionnels, soit aux agents, soit à la population (taille et connectivité du RNI). Sauf mention contraire, les valeurs utilisées pour les simulations sont spécifiées dans les tableaux 1.

Type	Symbole	Description	Valeur	(unité)
Neuronal	λ	Constante de relaxation	0.1	mV^{-1}
	V_{rest}	Potentiel de repos	0.0	mV
	ϑ	Seuil de décharge	1.0	mV
	V_{reset}^p	Potentiel de retour de P	-0.1	mV
	V_{thres}	Seuil de bifurcation de A	0.5	mV
	V_{reset}^a	Potentiel de retour de A	0.55	mV
	I_{clock}	Courant d'entrée de A	0.1	mV
	w	Poids synaptique	0.01	mV^{-1}

Type	Symbole	Description	Valeur	(unité)
Agent	$t_{\mathcal{F}}$	Durée du travail	47.1	ms
	$t_{\mathcal{O}}$	Durée d'observation maximale	10.5	ms
	$t_{\mathcal{S}}$	Durée du sommeil	45.7	ms
	$t_{\mathcal{N}}$	Durée de la toilette	16.7	ms
Population	ρ	Probabilité de connexion	0.3	%
	M	Taille de la population	150	agents

Table 1. Paramètres des neurones, de l'agent et de la population, utilisés pour les simulations.

Les valeurs de durée des différents états ont été choisies de telle sorte que leurs rapports ne soient pas des valeurs entières pour éviter des biais dans les effets de synchronisations. Les neurones impulsionnels sont simulés en utilisant une approche en temps discrétisé : le pas de temps est fixé à 0.1 ms dans les expériences.

Conditions expérimentales Un indicateur global du comportement de la population est mesuré et sa sensibilité aux différents paramètres de contrôle est discuté. Deux paramètres de contrôle sont proposés pour étudier les synchronisations émergentes. Un diagramme de phase détaille les différents niveaux de synchronisations dans le plan défini par ces deux paramètres.

Le premier objectif des expériences est de mesurer l'activité globale de la population, notée \mathcal{F} , et définie comme le temps total consacré au travail, où $n_{\mathcal{F}}(t)$ est le nombre d'agents qui travaillent au temps t : $\mathcal{F} = \sum_t n_{\mathcal{F}}(t)$. Un second objectif, et le plus important, est d'étudier la structure temporelle de l'activité de la population. Un indicateur de synchronie sera proposé et sa sensibilité aux paramètres du modèle sera examinée.

Chaque agent commence en état de sommeil au début de chaque simulation et passe en phase d'observation après un temps tiré aléatoirement dans $]0, 2t_S]$. Chaque simulation dure 100 000 pas de temps et utilise les paramètres indiqués dans les tableaux 1. Les résultats expérimentaux sont extraits à partir de mesures moyennes calculées sur 10 simulations indépendantes.

3.1 Influence des paramètres

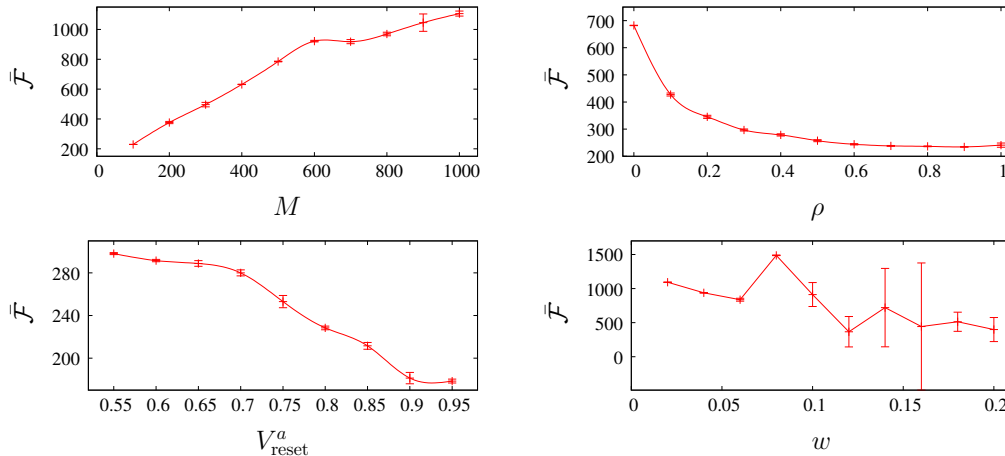


Figure 2. Étude de paramètres : le temps total moyen consacré au travail ($\bar{\mathcal{F}}$) est indiqué en fonction de taille de population M (en haut à gauche), de la probabilité de connexion ρ (en haut à droite), du potentiel de retour du neurone actif V_{reset}^a (en bas à gauche) et du poids synaptique w (en bas à droite). Les autres valeurs des paramètres sont indiquées dans les tableaux 1.

Cette étude examine comment \mathcal{F} , le temps total consacré au travail, dépend de la taille de la population M , de la probabilité de connexion ρ , du potentiel de retour du neurone actif V_{reset}^a et du poids synaptique w . Sur la figure 2, la valeur moyenne $\bar{\mathcal{F}}$ est indiquée ainsi que son écart-type.

Il était attendu que le temps total consacré au travail \mathcal{F} dépende linéairement de la taille de la population M : il augmente effectivement avec M , toutefois il y a un décrochement autour de $M = 600$ (en haut à gauche de la figure 2). Il était aussi attendu que \mathcal{F} décroisse avec la connectivité ρ . Comme chaque agent perçoit plus de voisins (ρM), il voit plus d'agents qui travaillent et est donc moins enclin à aller travailler, ce qui est confirmé sur la courbe en haut à droite de la figure 2. Pour la même raison, \mathcal{F} devrait décroître quand les valeurs de V_{reset}^a et de w augmentent, car ces paramètres augmentent l'influence de chaque spike sur la décision de l'agent. Un petit nombre d'agents qui travaillent peut donc pousser le reste de la population à aller se reposer. L'augmentation de V_{reset}^a augmente l'influence des agents qui travaillent comme illustré en bas à gauche la figure 2, car plus V_{reset}^a est proche de ϑ (ici $\vartheta = 1$), plus le neurone actif décharge fréquemment pendant la période de travail.

Le résultat le plus surprenant est l'influence de w sur \mathcal{F} , qui est particulièrement visible sur l'écart-type (figure 2, en bas à droite). Quand w est petit, les agents se comportent en "bons statisticiens" car ils prennent leur décision à partir de l'observation de nombreux autres agents. Ainsi, le rapport de temps travail/repos reste stable pendant toute la simulation et d'une simulation à l'autre. Quand w augmente, les agents prennent leur décisions sur un nombre réduit d'observations, ce qui augmente la variabilité des comportements. De petites variations dans les trains de spikes reçus amènent ainsi à des décisions différentes. On pourra noter que la variance de \mathcal{F} est tout d'abord peu élevée pour de petites valeurs de w , puis augmente rapidement avant de rechuter brutalement. L'analyse des synchronisations dans la population montre l'existence de différents régimes temporels avec des transitions abruptes entre ceux-ci, ce qui permet d'expliquer le décrochement pour $M = 600$ et les variations soudaines de la variance de \mathcal{F} pour différentes valeurs de w .

3.2 Synchronisations émergentes

Trois types de régimes de synchronisations globales et émergentes ont été identifiés et sont présentés sur la figure 3. Le premier est dit *asynchrone* et correspond à un régime individualiste (à gauche) où chaque agent décide d'aller travailler en montrant très peu de synchronisation avec ses voisins. Dans le second régime, dit *synchrone aperiodique*, une coordination dans l'activité des agents émerge, dans le sens où le nombre d'agents qui travaillent est constant par morceaux mais varie d'un intervalle de temps à un autre. Dans le dernier régime, dit *synchrone periodique*, la population entre dans un mode contenant deux états, où deux sous-populations travaillent successivement, comme observé dans les colonies de fourmis par [12] et [13].

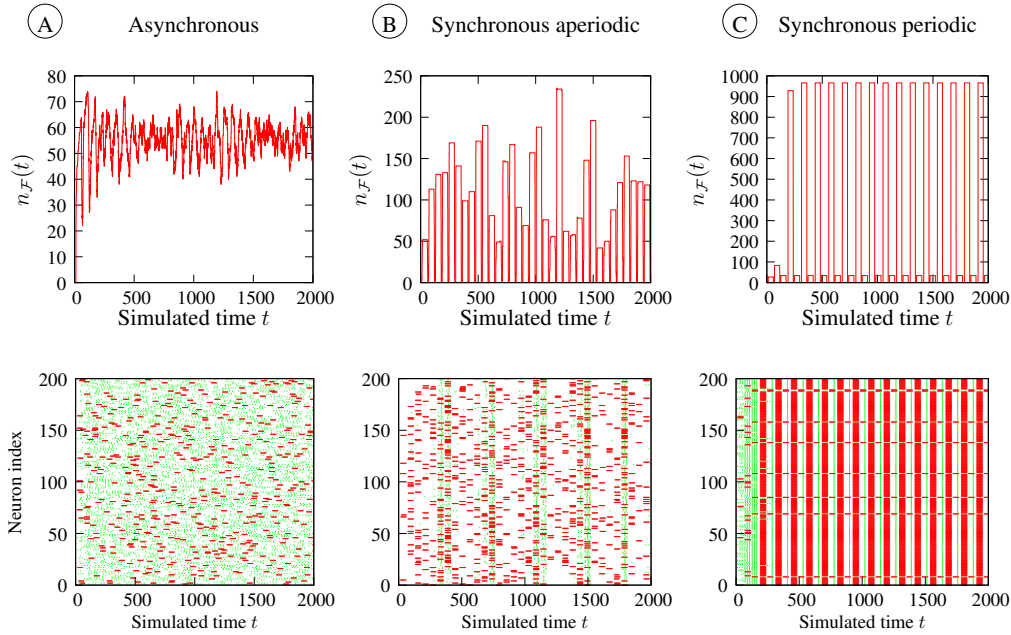


Figure 3. En haut: exemple de trois types d'activité dans la population: $n_{\mathcal{F}}(t)$ nombre d'agents qui travaillent à chaque pas de temps pour $t = 1 \dots 2000$ pour les régimes asynchrone (A), synchrone aperiodique (B) et synchrone périodique (C). En bas: Spike raster plot correspondant aux trois types d'activité. Seul 200 agents sont représentés, avec en rouge (ou gris sombre) les spikes des neurones A et en vert (ou gris clair) les spikes des neurones P.

Pour caractériser les synchronisations émergentes, un indicateur d'entropie est proposé. Il est défini comme suit : l'ensemble des valeurs de $n_{\mathcal{F}}(t)$, sans les états transitoires³, est segmenté en ϵ -intervalles I_k . Un histogramme est construit, qui associe à chaque intervalle I_k le nombre n_k de pas de temps, de telle sorte que $n_{\mathcal{F}}(t)$ appartient à I_k . Enfin, l'indicateur H qui mesure la synchronisation de la population est défini ainsi:

$$H = - \sum_{k=1}^K \frac{n_k}{\sum_m n_m} \log \left(\frac{n_k}{\sum_m n_m} \right) \quad (4)$$

L'entropie tend vers zéro dans le régime asynchrone, puisqu'il n'y a qu'une sous-population regroupant (alternativement) tous les agents pendant la totalité de la simulation. Le régime synchrone périodique est associé à une valeur d'entropie basse, autour de $\log 2$, puisque deux sous-populations travaillent en alternance. Le régime synchrone aperiodique possède une valeur d'entropie plus élevée, car il y a environ une douzaine d'intervalles I_k .

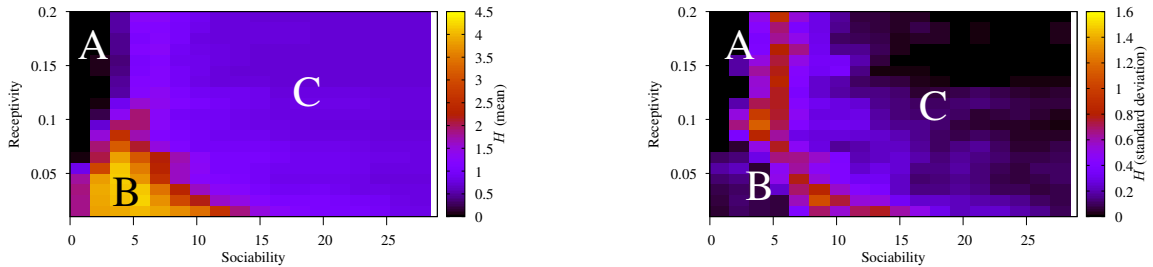


Figure 4. Émergence de synchronisation dans l'activité de la population: l'entropie H (à gauche) et la variance de H (à droite) en fonction de la sociabilité et de la réceptivité.

³Seulement les morceaux de $n_{\mathcal{F}}(t)$ constants et différents de zéro sont conservés, ce qui permet de focaliser l'analyse de l'entropie sur la taille des sous-populations synchronisées.

L'étape suivante consiste à identifier quels sont les paramètres du modèle qui gouvernent les transitions d'un régime à un autre. Un premier paramètre est $\rho\sqrt{M}$, qui est fonction du nombre moyen de voisins de chaque agent, appelé *sociabilité* ci-après. Plus la sociabilité est élevée, plus les agents prennent leurs décisions en fonction d'une statistique non-biaisée de l'activité courante. Un second paramètre est le rapport entre le poids w et la différence entre le seuil et le potentiel de repos. Ce rapport indique l'amplitude de la dépolarisation induite par un spike. Le rapport $\frac{w}{|\vartheta - V_{\text{rest}}|}$ est appelé *réceptivité* : plus la réceptivité est élevée, moins les agents ont besoin d'indices locaux (spikes) pour prendre leurs décisions.

Dans le plan défini par ces deux paramètres de contrôle, $\rho\sqrt{M}$ et $\frac{w}{|\vartheta - V_{\text{rest}}|}$, un diagramme de phase est construit en utilisant des populations de $M = 1000$ individus. Les régions de régimes asynchrone, synchrones aperiodique et périodique sont clairement délimitées sur ce diagramme de phase (figure 4). Pour une sociabilité faible et une réceptivité élevée, peu d'interactions prennent place entre les agents et ceux-ci ont besoin de peu de spikes pour prendre une décision. Dans ce régime (région A), la population est une collection d'individus quasiment indépendants et peu d'agents (60 en moyenne) travaillent à un instant donné. Pour des valeurs de sociabilité plus élevée et de réceptivité faible, les agents ont un voisinage plus grand et ont besoin de plus de spikes pour prendre une décision. L'apparition de synchronisations est observée (région B) car beaucoup d'agents décident de travailler en même temps. Cependant ce régime est aperiodique, puisque la taille des sous-populations varie d'une synchronisation à l'autre. Pour des valeurs de sociabilité et de réceptivité élevées, les agents ont un voisinage large et ont besoin de peu de spikes pour prendre une décision. Dans ce cas, un régime synchrone périodique est observé (région C), pour lequel la plupart des agents (~ 950) travaillent dans une sous-population et les autres travaillent dans une seconde sous-population.

4 Conclusion

La contribution principale de cet article est un modèle local et parcimonieux, décrivant un processus de décision individuel qui permet de faire émerger de façon réaliste une activité synchrone dans un système complexe. Au niveau d'un agent, la prise de décision est réalisée par une compétition temporelle entre deux neurones seulement. Au niveau de la population, les agents interagissent localement. Différents régimes de synchronie émergent : les trois phases obtenues dans les simulations sont comparables aux formes d'activités observées dans les colonies d'insectes sociaux [1, 12, 13]. Dans SpikeAnts, les trois types de synchronisations qui émergent au niveau macroscopique sont complètement déterminés par deux paramètres de contrôle qui agissent sur la sociabilité des agents (relatif à la taille du voisinage) et sur leur réceptivité (le nombre d'indices locaux utilisés pour la prise de décision). Ces régimes sont endogènes, sans aucune influence extérieure venant de l'environnement. Ils ne reposent pas non plus sur des synchronisations individuelles, chaque agent-fourmi ayant un comportement différent de l'agent voisin et variable dans le temps, voire même chaotique (étude en cours).

Le modèle SpikeAnts est le premier qui utilise, à notre connaissance, un réseau de neurones impulsionnels pour modéliser le comportement d'une population d'agents. SpikeAnts capture à la fois les caractéristiques spatiales et temporelles du problème, de façon déterministe, sans introduire ni probabilités, ni contraintes artificielles, ni données extérieures, et sans supposer que les agents disposent de capacités computationnelles sophistiquées (par exemple compter leur voisins).

References

- [1] S. Goss and J.L. Deneubourg. Autocatalysis as a source of synchronised rythmical activity in social insects. *Insectes Sociaux*, 35(3):310–315, 1988.
- [2] E. Bonabeau, G. Theraulaz, and J.L. Deneubourg. The synchronization of recruitment-based activities in ants. *BioSystems*, 45:195–211, 1998.
- [3] D.M. Gordon, B.C. Goodwin, and L.E.H. Trainor. A parallel distributed model of the behaviour of ant colonies. *J. Theoretical Biology*, 156(3):293–307, 1992.
- [4] R.E. Mirollo and S.H. Strogatz. Synchronization of pulse-coupled biological oscillators. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 50(6):1645–1662, 1990.
- [5] E.M. Izhikevich. Polychronization: Computation with spikes. *Neural Computation*, 18(2):245–282, 2006.
- [6] N. Brunel and X.-J. Wang. What determines the frequency of fast network oscillations with irregular neural discharges? I. Synaptic dynamics and excitation-inhibition balance. *Journal of Neurophysiology*, 90(1):415–430, 2003.
- [7] D. Phan, M.B. Gordon, and J.-P. Nadal. *Cognitive Economics*, chapter Social interactions in economic theory: an insight from statistical mechanics, pages 335–358. Springer, 2004.
- [8] W. Liu, A.F.T. Winfield, J. Sa, J. Chen, and L. Dou. Towards energy optimisation: Emergent task allocation in a swarm of ofraging robots. *Adaptive Behavior*, 15(3):289–305, 2007.
- [9] E. Bonabeau, G. Theraulaz, and J.-L. Deneubourg. Fixed response thresholds and the regulation of division of labor in insect societies. *Bulletin of Mathematical Biology*, 60(4):753–807–807, July 1998.
- [10] P.E. Latham, B.J. Richmond, P.G. Nelson, and S. Nirenberg. Intrinsic dynamics in neuronal networks. i. theory. *Journal of Neurophysiology*, 83(2):808–827, February 2000.
- [11] J. Triesch. Synergies between intrinsic and synaptic plasticity mechanisms. *Neural Computation*, 19(4):885–909, 2007.
- [12] NR Franks and S. Bryant. Rhythmical patterns of activity within the nest of ants. *Chemistry and biology of social insects*, pages 122–123, 1987.
- [13] B.J. Cole. Short-term activity cycles in ants: Generation of periodicity by worker interaction. *The American Naturalist*, 137(2), 1991.